

EXKURS ZU LOGICA

Rudolf Kaehr

Das graphematische Problem einer Formalisierung der transklassischen Logik Gotthard Günthers^{*)}

Dem Verfasser von "Das metaphysische Problem einer Formalisierung der transzendental-dialektischen Logik. Unter besonderer Berücksichtigung der Logik Hegels", Gotthard Günther, zum 81. Geburtstag.

Si nous continuons à nous parler le même langage, nous allons reproduire la même histoire. Recommencer les mêmes histoires. Tu ne le sens pas? Luce Irigaray

Scrape the paint off and you will discover an unsuspected system of structural forms and relations suggesting methods of thinking which surpass immeasurably all classic theories. Gotthard Günther

0 Erweiterungsstrategien

Der Günthersche Text ist in sich doppelt und gegenläufig strukturiert. Das Zusammenspiel von philosophischer und mathematischer Tendenz gilt es in seiner komplexen Durchdringung zu denken.

Damit soll einem doppelten Mißverständnis Einhalt geboten werden: dem Unvermögen mathematischer Kritik, sich von der philosophischen Determiniertheit der Güntherschen mathematischen Innovationen leiten zu lassen und deren ambivalenten und fragilen Status zu erfahren, sowie einem Selbstmißverständnis in der Applikation mathematischer Methoden zur Formalisierung der transklassischen Logik.

Unter den vielen Kritiken an der Güntherschen Theorie einer transklassischen Logik, die sich im Modus einer *petitio principii* aufhalten, befindet sich die wirksam gewordene Kritik im Namen der dialogischen Begründung der klassischen Logik: Eine Reflexion auf die Operationen der klassischen Logik führe nicht zu einer mehrwertigen Logik, sondern zu einer Logifizierung von Sprechhandlungen, die eine logische Formebene noch vor jeder Wertigkeit, d.h. Wahrheitsdefinitheit von logischen Aussagen, einführen lasse. Von dieser kritizistischen Position aus erübrigen sich die Güntherschen Innovationen wie Polykontextualität, Morphogrammatik, Kenogrammatik, dialektische Zahlentheorie, Theorie der Negativsprachen, Negationszyklentheorie usw. Denn alle diese transklassischen Disziplinen werden bei Günther im mathematisierenden Text ausschließlich über das Wahrheitswertprinzip eingeführt, sei es in seiner Vermassung oder in seiner Auslöschung.

Eine solche Kritik übersieht den Doppelcharakter der Güntherschen Texte zur transklassischen Logik und insbesondere die ausführliche philosophische Theorie des Unterschieds zwischen "logischem Wert" und "Wahrheitswert" (einer logischen Aussage), und der Differenzierung des ersteren in Wert als "Stellenwert" und "Kontextwert" eines Logiksystems. Die logischen Werte im Sinne Günthers sind somit immer indiziert, und zwar doppelt und charakterisieren logische Systeme, de-

^{*)} R. Kaehr, in: "Die Logik des Wissens und das Problem der Erziehung." Felix Meiner Verlag, Hamburg 1981, S.254-274.

ren Aussagen sowohl dialogdefinit wie auch neoklassisch wahrheitsdefinit, zwei- oder mehrwertig, sein können.

Die Etappen der Theorie der transklassischen Logik sind: Interpretation der klassischen mehrwertigen Logik, Stellenwerttheorie, Morphogrammatik, Vermittlungstheorie von Stellenwertprinzip und (neu) Kontextwertprinzip, Polykontextualitätstheorie. Im Gegensatz zur sukzessiven Radikalisierung der Theorie der transklassischen Logik ist die Methode ihrer Formalisierungsansätze in den einzelnen Etappen der wahrheitsfunktionalen Abbildungstheorie der ersten Etappe verhaftet geblieben. Diese Diskrepanz hat zu Mißverständnissen in der Rezeption wie auch zu Selbstmißverständnissen verführt. Durch die Wahl der Wahrheitstafelmethode zur Formalisierung und Entwicklung der transklassischen Logik hat sich bei Günther ein Selbstmißverständnis im mathematisierenden Text eingeschlichen und verhärtet: Die Identifizierung von "logischem Wert" und "Wahrheitswert". Dieses Selbstmißverständnis, das gegen das eigene philosophische Stellen- und Kontextwertprinzip verstößt, ist jedoch nur solange wirksam, als der Günthersche Text einseitig mathematisch und nicht in seiner vollen philosophischen und mathematisch-logischen Komplexität gelesen wird.

So ist bspw. die Formel $N_5(p \wedge \wedge N_3 p \wedge \wedge N_4 p)$ wahrheitswertfunktional allgemeingültig im Sinne der Güntherschen Formalisierung der Stellenwertlogik in Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik (Bd. 1, 141-328), dies jedoch nur aufgrund einer Identifizierung von Wahrheitswert der Aussage und Stellenwertindex der betr. Wahrheitswerte. Nach der Tableaumethode in Appendix 1,3 der vorliegenden Arbeit ist diese Formel nicht allgemeingültig.

Die Anknüpfung der transklassischen Logik an Hegel geschieht hier durch die Minimalthese, daß sich bei Hegel - zusätzlich zur aristotelischen Formkonzeption und mit ihr verbunden - eine neue transklassische Formkonzeption herausgebildet habe. Die transklassische Logik muß somit als eine echte Erweiterung der klassischen reinen Logik verstanden werden.

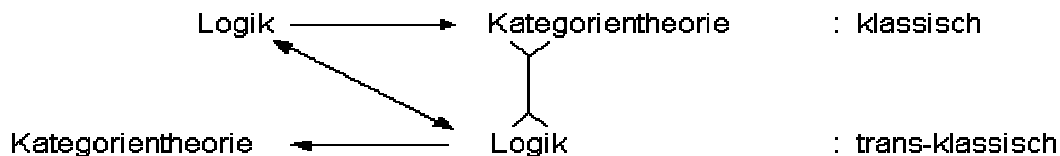
Damit entsteht das Problem einer Formulierung des transklassischen Formkonzepts und mit ihm das Problem einer Formalisierung der transklassischen Logik.

Eine Erweiterung der klassischen Logikkonzeption erweist sich als antinomisch: Eine Erweiterung kann sich nur von innen und von außen zugleich vollziehen. Eine Erweiterung von innen läßt sich immanent nicht legitimieren, denn ihre Motive verdanken sich dem Außen. Eine Erweiterung von außen läßt sich extern nicht legitimieren, denn ihre Begründung wiederholt spiegelbildlich das Alte. Beide Strategien stehen unter der Herrschaft der Hierarchie und erzeugen Stufungen in sich selbst, unfähig das Andere als Anderes gelten zu lassen und verdrängen die Tatsache der Differenz. Eine transklassische Erweiterungsstrategie kann nur zugleich von außen und von innen, bei vorbehaltloser Auslieferung des Denkens an die Differenz, vollzogen werden. Diese Doppelbewegung entzieht sich dem Denken im Modus der Präsenz, d.h. dem Logozentrismus mit seiner Logik und Semiotik und erzwingt - unabhängig von der Wahl einer Position im Grundlagenstreit der Begründung der Logik und Mathematik als Ausgangspunkt von Erweiterung und Deonstruktion - ein Denken der Differenz außerhalb/innerhalb der logozentrischen Dichotomien.

Die Mechanik einer solchen, jegliche Differenz als Differenz eröffnenden Differenz - *différance* (Derrida), *proemial relationship* (Günther) - soll hier, in Abschneidung

der Arbeit der Dekonstruktion der Begrifflichkeit, die den Formalismus begleitet, wie auch der zerologischen bzw. kenogrammatischen Transformation der logisch-semiotischen Konstrukte, beschränkt auf den formal-logischen Aspekt, als Chiasmus von Logik/Theorie/Logik skizziert werden.

Erweiterungsdiagramm:



Die 2-wertige Logik fundiert die Kategorientheorie (Abschn._1).

- 1) Im Sprachrahmen der Kategorientheorie werden logische Frameworks im Status von Theorien modelliert (Abschn._2).
- 2) Die kategorientheoretisch fundierte Theorie der Verknüpfung, d.h. Komposition von logischen Frameworks wird umfunktioniert, als Logik gesetzt. Sie ist die polykontexturale Logik in Gestalt vermittelter Frameworks (Abschn._3).
- 3) Die neue Logik fundiert nun ihrerseits eine neue polykontexturale mathematische (Kategorien) Theorie. (Hier nicht entwickelt.)
- 4) Komparation: Die klassische Logik erweist sich nach der Umstülpung (3) als Subsystem. Ist die neue Logik polykontextural, so ist die alte Logik monokontextural (Abschn._4).

1 Skizze der kategorientheoretischen Grundbegriffe

Eine Kategorie ist eine Klasse M , deren Elemente Morphismen (Abbildungen) sind und die durch das System $M = (M, D, C, K)$ in der Sprache der Prädikatenlogik definiert ist. Dabei ist $D(x)$ der Bereich, $C(x)$ der Gegenbereich des Morphismus x und $K(x, y, z)$ die Komposition der Morphismen x, y mit z als Produkt. D und C sind einstellige Funktionen und K ist eine 3-stellige Funktion der klassischen Prädikatenlogik mit Identität. Die Kategorientheorie ist eine durch die klassische Logik fundierte Theorie.

1.1 Axiome

Die Eigenschaften einer Kategorie werden durch die Axiome (C1) bis (C6) bestimmt (Hatcher 1968).

$$(C1) \quad (x) (D(C(x)) = C(x) \wedge C(D(x)) = D(x))$$

In Worten: Der Bereich des Gegenbereichs von x ist der Gegenbereich von x und der Gegenbereich des Bereichs von x ist der Bereich von x .

$$(C2) \quad (x) (y) (z) (u) (K(x, y, z) \wedge K(y, z, u) \supset z = u)$$

Die Komposition von x mit y ist eindeutig.

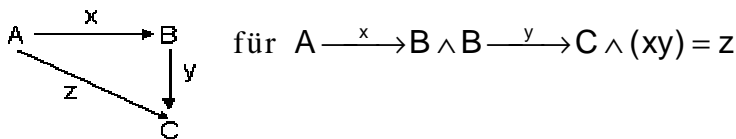
$$(C3) \quad (x) (y) ((\exists z) K(x, y, z) \equiv (C(x) = D(y)))$$

Die Komposition von x mit y ist genau dann definiert, wenn der Gegenbereich von x der Bereich von y ist.

- (C4) $(x)(y)(z)(K(x,y,z) \supset (D(z) = D(x) \wedge C(z) = C(y)))$
 Wenn z die Komposition von x mit y ist, dann ist der Bereich von z der Bereich von y und der Gegenbereich von z ist der Gegenbereich von y .
- (C5) $(x)(K(D(x), x, x) \wedge K(x, C(x), x))$
 Für jedes x gilt: Bezüglich der Komposition ist der Bereich von x eine Linksidentität und der Gegenbereich von x eine Rechtsidentität.
- (C6) Die Komposition ist, wenn definiert, assoziativ.

1.2 Definitionen

- (D1) Ein Objekt $Ob(x)$ ist ein Morphismus, für den gilt:
 $x = D(x) \wedge x = C(x)$
- (D2) $A \xrightarrow{x} B$ für $D(x) = A \wedge C(x) = B$
 D.h. x ist ein Morphismus mit Bereich A und Gegenbereich B
- (D3) Komposition $(xy) = z := K(x,y,z)$
- (D4) Kommutativität des Diagramms



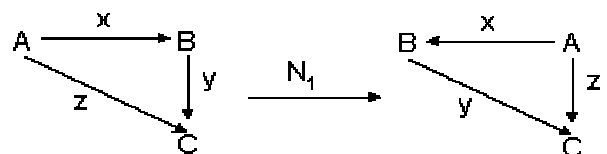
- (D5) Dualität. (Die kategorientheoretische Konzeption der Dualität wird hier in Teildualitäten dekomponiert.)

a) Dualität in einer Kategorie mit drei Objekten

1) Die Dualisierungsoperation N_1 :

- Dia- $N_1(D(x)) = C(x)$
 $N_1(C(x)) = D(x)$
 $N_1(D(y)) = D(z)$
 $N_1(D(z)) = D(y)$
 $N_1(C(y)) = C(z)$
 $N_1(C(z)) = C(x)$
 $N_1(K(x,y,z)) = K(x,z,y)$

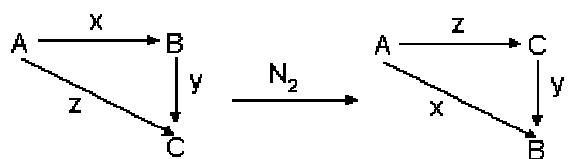
Diagramm:



2) Die Dualisierungsoperation N_2 :

- $N_2(D(x)) = D(z)$
 $N_2(D(x)) = D(z)$
 $N_2(D(z)) = D(x)$
 $N_2(C(x)) = C(z)$
 $N_2(C(z)) = C(x)$
 $N_2(D(y)) = C(y)$
 $N_2(C(y)) = D(y)$
 $N_2(C(y)) = D(y)$
 $N_2(K(x,y,z)) = K(z,y,x)$

Diagramm:

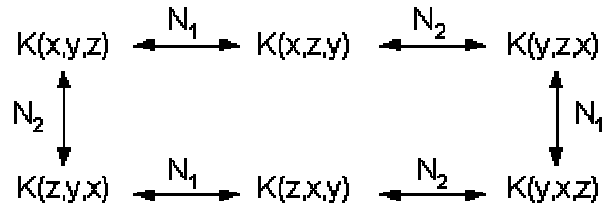


3) Dualisierungsgesetze

$$N_1(N_2(N_1(x))) = N_2(N_1(N_2(x))) \quad : \text{Zyklizität}$$

$$N_i(N_i(x)) = x, \quad i = 1, 2 \quad : \text{Involution}$$

4) Dualisierungszyklus:

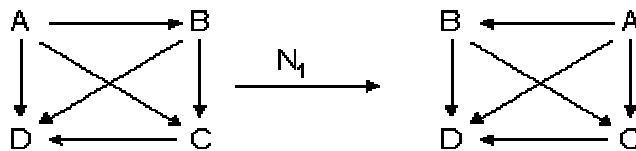


b) Dualität einer Kategorie mit vier Objekten. und den Morphismen

$$x: A \rightarrow B, \quad z: A \rightarrow C, \quad v: A \rightarrow C$$

$$y: B \rightarrow C, \quad u: C \rightarrow D, \quad w: A \rightarrow D$$

1) Die Dualisierungsoperation N_1

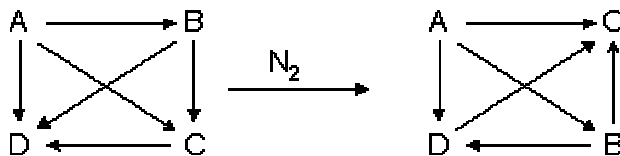


Die jeweiligen Dualisierungen der betreffenden Bereiche und Gegenbereiche sind den Diagrammen direkt zu entnehmen.

Dualisierung der Komposition:

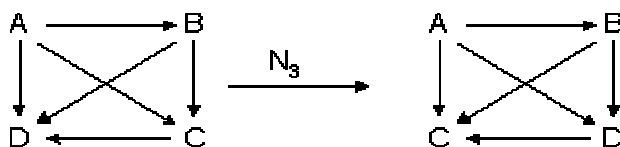
$$N_1(K(x,y,z,u,v,w)) = K(x,z,y,u,w,v)$$

2) Die Dualisierungsoperation N_2



$$N_2(K(x,y,z,u,v,w)) = K(z,y,x,v,u,w)$$

3) Die Dualisierungsoperation N_3



4) Dualisierungsgesetze

$$N_i(N_i(x)) = x, \quad i = 1, 2, 3 \quad : \text{Involution}$$

$$N_1(N_2(N_1(x))) = N_2(N_1(N_2(x))) \quad : \text{Zyklizität}$$

$$N_2(N_3(N_2(x))) = N_3(N_2(N_3(x))) \quad : \text{Zyklizität}$$

Zur Kombinatorik der Zyklensysteme mit drei und vier Objekten
siehe Gotthard Günther (Bd. II, 307-335) und Appendix II.

1.3 Dekomposition und Kontextprinzip

Ist eine Komposition von drei Morphismen $K(x,y,z)$ gegeben, so läßt sie sich eindeutig in ihre Teilmorphismen dekomponieren:

$$K^{-1}(K(x,y,z)) = \{x,y,z\}.$$

Eine solche Dekomposition ist jedoch nicht holistisch, sondern elementaristisch und entspricht nicht den Kriterien einer transklassischen Logik.

Die Deskription einer komplexen Ganzheit ist eine Aufzählung ihrer Teile. Teile sind jedoch nicht isolierte, sondern im Ganzen fundierte Elemente. Diese Fundierung wird durch die Fundierungsrelation gewährleistet. Sie gibt den Standpunkt bzw. den Kontext an, von dem aus der Morphismus aus dem Ganzen isoliert wird. Kategorientheoretisch läßt sich der Standpunkt durch das Objekt $Ob(x)$ angeben. So wird der Morphismus x von $Ob(z)$ aus fundiert, in Zeichen: $A \rightarrow B; Ob(z)$. Das Semikolon ist dabei das Zeichen der Fundierungsrelation (Günther, Bd. I, 339).

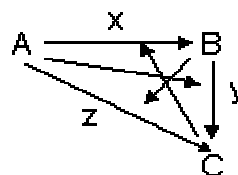
Fundierungen in der Komposition $K(x,y,z)$:

$$A \xrightarrow{x} B; Ob(z)$$

$$B \xrightarrow{y} C; Ob(x)$$

$$A \xrightarrow{z} C; Ob(y)$$

Fundierungsdiagramm:



Die holistische Dekomposition Dek einer kategorientheoretischen Ganzheit liefert ein Tupel fundierter Teile:

$$Dek(K(x,y,z)) = (x;C, y;A, z;B)$$

1.4 Standpunkt- bzw. Kontextwechsel

Ein Teil verändert sich mit der Verschiebung seines Kontextes innerhalb des Ganzen. Von C aus betrachtet gehört A zum Morphismus x , von B aus, zum Morphismus z . Die kontextuelle Beschreibung einer Ganzheit vermeidet das "Aufschneiden" bzw. Linearisieren der Gestalt.

Regeln der Kontextverschiebung:

$$\frac{D(x);C}{D(z);B} \quad \frac{D(x);C}{C(y);A} \quad \frac{C(y);A}{C(z);B}$$

Dualität der Teile

$$N_1(x;C) = (N_1x); C$$

$$N_2(y;A) = (N_2y); A$$

$$N_2(x;C) = z; B$$

$$N_1(y;A) = z; B$$

2 Die Logifikation der Kategorientheoretischen Begriffe

2.1 Die Logifikationstabelle

Sie gibt die Vorschriften zur Modellierung des Übergangs von den kategorientheoretischen Grundbegriffen zu den Grundbegriffen der polykontexturalen Logik an.

Logifikation	Polykontexturalität
$\text{Hom}(A;B) = X$	Ordnungsrelation (\rightarrow)
$D(x)$	Logiksystem, Kontextur, Heteroreferenz
$C(x)$	Position
$K(x,y,z)$	Gegenposition \lrcorner Kontexturgesetze
$C(x) = D(y)$	Vermittlung, Transkontexturalität
$D(z) = D(x)$	Umtauschrelation (\rightleftarrows), Diskontexturalität
$C(x) = C(y)$	Koinzidenzrelation ($=$)
$N(x)$	Koinzidenzrelation
$\text{Dek}(K(x,y,z))$	Konjunktion (ρX), Negation
$\text{Ob}(x)$	Kontextuierung ($\psi X^{(m)}$), Fundierungsrelation
$Q(X^{(m)})$	Autoreferenz
	Kontexturierung, Diremption

2.2 Zur Konzeption der Polykontexturalitätstheorie

Eine Kontextur ist ein universaler Leerbereich, eine basale Qualität, eine Quelle. Kontextur ist dasjenige, das dem abendländischen Denken, der Logik, der Theorie der formalen Systeme, der Husserlschen Theorie der definiten Mannigfaltigkeiten usw. verborgen bleiben mußte. Eine Kontextur ist in ihrer Einzigkeit absolut universal und zugleich nur eine Einzelne unter Vielen. Das Konzept der Kontextur ist nur sinnvoll im Zusammenspiel mit qualitativer Vielheit, also nur als Polykontexturalität. Logozentrisches Denken erweist sich als monokontextural.

Zur Polykontexturalität gehört:

- 1) der Inbegriff eines "formalen Systems", einer "definiten Mannigfaltigkeit", also die Elementarkontextur;
- 2) der Begriff der Grenze, des Obstakels, des Abgrunds zwischen den Elementarkontexturen, die Diskontexturalität;
- 3) die Verknüpfung, Vermittlung der Elementarkontexturen, die Transkontexturalität, und
- 4) die Proemialrelation, die das Verhältnis zwischen den Kontexturen regelt, und
- 5) die Kontexturdiremptionen der Iteration und Akkretion, die rekursiv die Komplexität der Verbundkontexturen erzeugen (Günther, Bd. II, 111).

Die Kontexturalitätstheorie läßt sich logisch, semiotisch, arithmetisch und auch ontologisch deuten, insofern, als sie je Kontextur als Ort, Platzhalter, Leerstelle für eine Logik, Semiotik, Arithmetik und Ontologie, d.h. als Bedingung der Möglichkeit, als Ermöglichung derselben fungiert. Werden in der Polykontexturalitätstheorie Kontexturen vermittelt, so kommt die Vermittlungsoperation in ihrer Prozessualität selbst nicht in dieser, sondern erst in der Kenogrammatik zur Inskription.



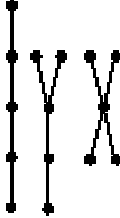
Eine Theorie der transklassischen Logik ist somit nur in der Doppeltheorie von Polykontexturalitätstheorie und Kenogrammatik zu vollziehen.

2.3 Vermittlungsmodi für Kontexturen

Graphentheoretisch gesprochen, sind alle Baumstrukturen als Vermittlungsmodi für Kontexturen zugelassen, d.h. alle Formen zwischen Linie und Stern. Diese bilden die Skelettstrukturen der Polykontexturalität. In diesem Text beschränken wir uns auf die Linearstruktur.

Baumstrukturen :

Anzahlen :

m	3	4	5
			
b(m)	1	2	3

m	b(m)
1	1
2	1
3	1
4	2
5	3
6	6
7	11
8	23
9	47
10	106
11	235
12	551
13	1301

Zur Kombinatorik s. Appendix II

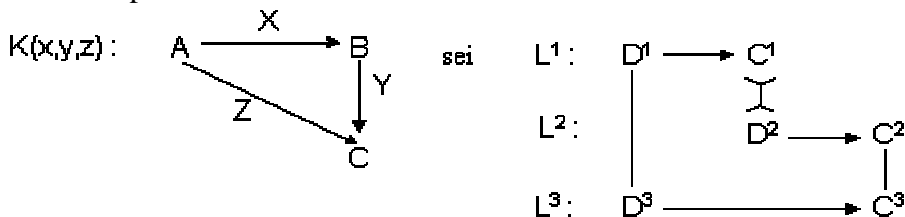
2.4 Logische Modellierung der polykontexturalen Grundbegriffe

In Abhängigkeit von der Wahl einer formalen Modellierung der kontexturtheoretischen Grundbegriffe (Position, Gegenposition, Vermittlung) wird die Gestalt der Realisierung der Formalisierung der transklassischen Logik bestimmt. Die Möglichkeiten, die sich für die Logik anbieten sind etwa (s.a.: Kaehr 1980):

Position	Gegenposition	Logiktypus
Proponent	Opponent	Dialologlogik (Lorenzen)
Antwort	Frage	Dialologlogik (Kindt)
Sukzedenz	Antezedenz	Regelkalkül (Gentzen)
Disjunktive	Konjunktive Elemente	Framework (Smullyan)
Indikator	Null-Indikator	Calculus of Indications (Spencer-Brown)

Im Folgenden werden die logischen Frameworks von Smullyan als Logifikationsmaterial gewählt (Smullyan, 1970). Den kategorientheoretischen Objekten A und B bzw. dem Bereich $D(x)$ und dem Gegenbereich $C(x)$ von $A \xrightarrow{x} B$ entsprechen die *disjunktiven* resp. die *konjunktiven Elemente* des Frameworks.

Die Komposition



D.h., der kategorientheoretischen Komposition $K(x,y,z)$ entspricht im Modell die kontexturtheoretische Vermittlung $Verm(L1, L2, L3)$.

Entsprechendes gilt für Kategorien mit mehr als drei Objekten.

Von den Kompositionsmöglichkeiten, die durch die Baumstrukturen definiert sind, werden hier nur die Linearstrukturen zur Modellierung benutzt. Dieser restriktiven Interpretation der kategorientheoretischen und kontextualitätstheoretischen Grundbegriffe entspricht die sukzessive und lineare Verknüpfung von 2-kontexturalen Logiken im Sinne der Güntherschen Stellenwertlogik wie sie als Reflexionslogik konzipiert wurde.

Die Sequenz der kontexturalen Dichotomien (Position/Gegenposition) ist jedoch vom Standpunkt der Proemialrelation intern nicht linear, sondern tabular geordnet. Linear heißt dabei, daß jedes Zeichen nur als Produkt, als Endpunkt der Semiose, der Rekursion, gesetzt wird. Es gibt also ein Zeichen als Anfang, und zu jeder Zeichensequenz läßt sich mindestens ein neues Zeichen hinzufügen. In einer solchen rekursiven Wortarithmetik wird beim Übergang von Rekursionstufe m zu Stufe $m + 1$ der Chiasmus von Anfang und Ende verdrängt, er ist iterativ und hat einzig die Aufgabe Zeichen als Produkte zu erzeugen.

Die polykontexturale Sequenz ist nicht-linear, sondern chiasmisch. Der Chiasmus von Anfang und Ende bzw. von Position und Gegenposition einer generierten Stufe wird nicht abstrakt durch die Nachfolgerrelation, sondern durch Umtausch- und Ordnungsrelationen charakterisiert und geregelt. Chiasmische Texte sind tabular, da Umtausch- und Ordnungsrelation sie horizontal und vertikal organisieren. Einzig die Anzahlbestimmung der Kontexturen bzw. die m -Wertigkeit des logischen Systems vollzieht sich nach der Linearität der natürlichen Zahlen.

Gegenläufig zum generativen Schema, das die Sequenz aufbaut, bzw. die Tabularität der Polykontexturalität und Meontik komponiert, leistet das deskriptive Schema eine Dekomposition der durch den Chiasmus generierten Struktur in ihre Teile, Subsysteme, Komponenten unter Wahrung ihres Ganzheitscharakters. Diese die Ganzheit bewahrende Dekomposition erfolgt dadurch, daß die Deskription einer Opposition, Dichotomie usw. vom (immanenten) Standpunkt aller anderen Teile aus erfolgt. Die nichtthematisierten Teile, die Hintergrundwerte, bilden die Standpunkte, bzw. die Sequenz der Standpunkte, von denen aus die jeweilige Opposition thematisiert wird. Die Deskription einer Kontextur in der meontischen Matrix fundiert diese. Einer solchen Fundierung entspricht das *Kontextwertprinzip* der transklassischen Vermittlungstheorie.

Insofern als die jeweiligen 2-kontexturalen Oppositionen je eine Logik stellen, bzw. den Stellenwert einer Logik angeben, und jede Stelle durch die Deskription im Ganzen fundiert wird, also jeder Stelle, jeder Stellung ein Ort der Fundierung zu geordnet wird, wird jede (Stellenwert)Logik durch ihren Fundierungsort in das Ganze eingestellt, d.h. kontextuiert. Die Logik der Meontik, d.h. der Polykontexturalität ist somit durch die Komplementarität von Stellenwert- und Kontextwertprinzip charakterisiert.

Die Desedimentierung und der Einsatz des Chiasmus befreit von der Fixierung auf den Anfang.

Ist das generative und deskriptive Schema ternär, so ist die transklassische Logik kategorial doch quaternär. Denn zusätzlich zur Triadik von Umtausch- und Ordnungsrelation gehört die Regel, der Prozeß der Erzeugung beliebig komplexer m -kontexturaler Systeme. Es ist ein neuer Reduktionismus, wenn mit Peirce die

Reduzierbarkeit beliebig m-adischer Relationen auf triadische behauptet wird. Der Beweis der Reduktion verdrängt die Funktion der Produktions- und Reduktionsregel als Operation. Operarius: Schreiber, Arbeiter. Subjektive Tätigkeit: "Die Arbeit als die absolute Armut: Die Armut, nicht als Mangel . . ." (Marx), als allgemeine Möglichkeit, als Ermöglichung. Sie ist die vierte Kategorie. Die Einbeziehung der Reduktionsregel in das Kategoriensystem erzeugt jedoch eine wesentliche Entstellung desselben und zwar in zweierlei Hinsicht. Einmal eröffnet die Vierheit die Möglichkeit der Bildung komplexer Kategoriensysteme. Die Vierheit schließt das System nicht ab, sondern eröffnet es. jedes neue m-kategoriale System ist im Verhältnis zum Peirceschen System der Triadik gleichwertig, bzw. gleichursprünglich. Es hat seine, ihm spezifischen, nicht-reduzierbaren Eigenschaften. In anderer Hinsicht schließt die Vierheit das System ab, indem es gegenläufig zum polykategorialen und disseminativen System, vertikal drei verdrängte Schreibweisen wieder annimmt: Die Systeme der Kenogrammatik. (Ditterich, 1979)

3 Allgemeine Definition eines m-kontexturalen logischen Frameworks $L^{(m)}$

3.1 Unter einem m-kontexturalen logischen Framework $L^{(m)}$

verstehen wir ein geordnetes 7-Tupel $(E^{(m)}, C^{(m)}, D^{(m)}, \psi^{(m)}, \varphi^{(m)}, \rho^{(M)}, P^{(m)})$ mit folgenden Eigenschaften (s.a.: Kaehr, 1978, Kap. 2.2):

- 1) $E^{(m)}$ ist eine wohlgeordnete Menge von m-kontexturalen Elementen, den m-kontexturalen Formeln des Frameworks.
- 2) Für $C^{(m)}$ gilt: $C^{(m)} \subset E^{(m)}$ und $C^{(m)} = (C^1 C^2 \dots C^s, C^1 C^2 \dots D^s, \dots, C^1 D^2 \dots D^s)$
- 3) Für $D^{(m)}$ gilt: $D^{(m)} \subset E^{(m)}$ und $D^{(m)} = (D^1 D^2 \dots D^s, D^1 D^2 \dots C^s, \dots, D^1 C^2 \dots C^s)$

$$\text{mit } s = \binom{m}{2}$$

Kategorisierung von $E^{(m)}$: Die Elemente von $C^{(m)}$ heißen konjunktive, die von $D^{(m)}$ disjunktive m-kontexturale Formelmengen. Für zusammengesetzte Formeln $X^{(m)}$ gilt:

$X^{(m)} \in D^{(m)} \cup^{(m)} C^{(m)}$, für atomare Formeln gilt: $X^{(m)} \in D^{(m)} \cap^{(m)} C^{(m)}$. Für gemischte, atomare und zusammengesetzte Formeln gelten die entsprechenden Kombinationen der obigen Definitionen.

- 4) $\psi^{(m)}$ ist eine Funktion, die jeder m-kontexturalen Formel $X^{(m)}$ aus $E^{(m)}$ eine finite Folge von n-Tupeln von elementarkontexturalen, d.h. 2-kontexturalen Subsystemen zuordnet. Die Folge heißt transjunktional für n-Tupel mit $n > 2$ und junktional für $n = 1$.
- 5) $\varphi^{(m)}$ ist eine Funktion, die jeder zusammengesetzten 2-kontexturalen Formel X^i , $1 \leq i \leq \binom{m}{2}$ eine finite Folge (X_1^i, \dots, X_r^i) mit $1 \leq r \leq 4$ von Unterformeln bzw. Komponenten zuordnet.

6) $P^{(m)}$ ist eine Folge von Funktionen, die jeder m -kontexturalen Formel $X^{(m)}$ aus $E^{(m)}$ ein Konjugat $\rho^i X^{(m)}$, $1 \leq i \leq m - 1$ aus $E^{(m)}$ zuordnet und für die folgende Gesetze gelten:

a) Für $X^{(m)} = (X^1, X^2, \dots, X^s)$ ist $\rho^i X^{(m)} = (\text{perm}_i\{X^1, X^2, \dots, \rho X^i, \dots, X^s\})$ mit $s = \binom{m}{2}$ und $1 \leq i \leq m-1$.

Die Konjugation $\rho^i X^{(m)}$ ist dabei durch i) die Subsystemkonjugation ρX^i und ii) durch die Permutation perm_i der restlichen Subsysteme definiert, wobei die Funktion Nr. die jeweils neue Nummer der Subsysteme angibt:

Konjugat ρ^i : Für $X = (i, i + 1)$ ist $\rho X = (i + 1, i)$

Nummer von X aus (i, j) : Nr. $(i, j) = k = \left(\binom{j}{2} - i + 1 \right)$

Wert i aus k : $i = j(j - 1)/2 - k + 1$

Wert j aus k : $j = \lceil (3/2 + \sqrt{2k - 7/4}) \rceil$ mit $\lceil x \rceil$ ist die größte ganze Zahl, die kleiner oder gleich x ist. (Kaehr, 1974)

b) $\rho^i X^{(m)} \neq_i X^{(m)}$: Differenz

c) $\rho^i (\rho^i X^{(m)}) = X^{(m)}$: Involution

d) $\rho^i (\rho^{i+j} X^{(m)}) = \rho^{i+j} (\rho^i X^{(m)})$: Kommutativität

e) $\rho^i (\rho^i X^{(m)}) = \rho^{i+1} (\rho^i (\rho^{i+1} X^{(m)}))$: Zyklizität
f.a. $1 \leq i+j \leq m-1$

f) $\rho^{(m)} (\psi^{(m)} X^{(m)}) = (\rho^{(m)} \psi^{(m)}) (\rho^{(m)} X^{(m)})$: Distributivität

g) $\rho^{(m)} (\phi^{(m)} X^{(m)}) = (\rho^{(m)} \phi^{(m)}) (\rho^{(m)} X^{(m)})$: Distributivität

h) ist X^i konjunktiv, dann ist ρX^i disjunktiv und ist X^i disjunktiv, dann ist ρX^i konjunktiv, f. a. $1 \leq i \leq \binom{m}{2}$.

7) $P^{(m)}$ ist eine hier nicht thematisierte, tabulare arithmetische Funktion.

3.2 Dualität

1) Ist $L^{(m)}$ ein m -kontexturales logisches Framework, dann ist auch jedes Konjugat $\rho L^{(m)}$ des Frameworks ein Framework.

2) Jedes m -kontexturale Framework $L^{(m)}$ besitzt $m-1$ direkte und $m!(m-1)$ indirekte zu ihm duale Frameworks.

- 3) Jedes m -kontexturale Framework $L^{(m)}$ besteht aus $m!$ verschiedenen kategorialen Systemen und wird durch die Konjugation als zyklisches System organisiert.

4 Komparation

Der Doppelcharakter des allgemeinen logischen Frameworks $L^{(m)}$ tritt dann in Kraft, wenn es nicht als durch die Kategorientheorie C^2 fundiert betrachtet wird, sondern wenn gegenläufig dazu $L^{(m)}$ als Fundament einer polykontexturalen Kategorientheorie $C^{(m)}$ ins Spiel gebracht wird. Damit wäre der Chiasmus von Logik und (Kategorien) Theorie geschlossen. Eine polykontexturale Kategorientheorie, die hier nicht skizziert werden kann, würde rückwirkend erst die adäquaten mathematischen Techniken zur Formalisierung und Algorithmisierung der transklassischen Logik liefern.

Wird das Framework $L^{(m)}$ nicht als spezielles Derivat der Kategorientheorie bzw. als spezielle Applikation derselben auf logische Frameworks verstanden, sondern umfunktioniert zu einem genuinen und primären logischen Basissystem, so entpuppt sich die klassische Logik $L^{(2)}$ als spezielles Teilsystem der transklassischen Logik. In der klassischen Logik jeglicher Art, indikativische (Varela, 1975) und parakonsistente (Arruda, 1980) inklusive, koinzidieren Kontext- und Stellenwertprinzip in der Monokontexturalität. Nur diese Koinzidenz etabliert und garantiert die Herrschaft der Orthodoxie. Diese bietet Raum auch für die alternativen, heterodoxen und dissidenten Logiken, die in immer neuen Formen der Parametrisierung immanenter Fragmente den Aufstand proben.

Es wäre nun jedoch wieder Dogmatismus, wollte man den Anfang des Denkens im Gegensatz zum Einfachen nun im Komplexen allein suchen. Die klassische Logik ist nicht nur dem Einfachen verhaftet und verleugnet das Komplexen als dem Einfachen und Einen gleichursprüngliche Denkaufgabe, sie ermangelt auch jeglicher Möglichkeit das chiasmatische bzw. proemiale Zusammenspiel von Einheit/Vielheit, Elementar-/ Verbundkontexturalität zu denken, d. h. schreibend zu vollziehen.

Im Zusammenhang mit diesen beiden Erweiterungsstrategien, der Konstruktion des Frameworks $L^{(m)}$ von unten, d. h. von $L^{(2)}$ aus, und der Destruktion der Fundierungsfunktion von $L^{(2)}$ für $L^{(m)}$ von oben, entsteht die Aufgabe der Dekonstruktion der bei diesem Manöver beteiligten philosophischen Begriffssysteme. Etwa der Begriffspaare Einheit/Vielheit, Identität/Diversität usw. Rede/Schrift.

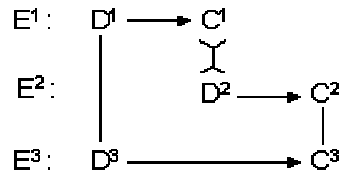
APPENDIX I

Im Anschluß an die Güntherschen Untersuchungen zur 3-wertigen Logik in (Bd.I, p. 189-328) sei hier die Skizze eines 3-kontexturalen logischen Frameworks und dessen Konkretisierung in einer 3-kontexturalen Logik gegeben.(s.a.: Kaehr 1978).

1. Skizze des logischen Frameworks $L^{(3)}$

Unter einem 3-kontexturalen logischen Framework $L^{(3)}$ sei ein geordnetes 7-Tupel $E^{(3)}, C^{(3)}, \psi^{(3)}, \varphi^{(3)}, \rho^{(3)}, P^{(3)}$ verstanden, mit den Eigenschaften:

- 1) $E^{(3)}$ ist eine wohlgeordnete Menge von 3-kontexturalen Formeln des Frameworks mit $E^{(3)} = \text{Verm}(E^1, E^2, E^3)$ nach Maßgabe des Vermittlungsschemas:



- 2) Für $C^{(3)}$ gilt: $C^{(3)} \subset E^{(3)}$ und $C^{(3)} = (C^1 C^2 C^3, C^1 C^2 D^3, C^1 D^2 C^3, C^1 D^2 D^3)$
 3) Für $D^{(3)}$ gilt: $D^{(3)} \subset E^{(3)}$ und $D^{(3)} = (D^1 D^2 D^3, D^1 D^2 C^3, D^1 C^2 D^3, D^1 C^2 C^3)$

Die Elemente von $C^{(3)}$ heißen *konjunktive* die von $D^{(3)}$ *disjunktive* Formeln. Für rein *zusammengesetzte* Formeln $X^{(3)}$ gilt: $X^{(3)} \in D^{(3)} \cup \cup C^{(3)}$, für rein *atomare* Formeln: $X^{(3)} \in D^{(3)} \cap \cap C^{(3)}$.
 $\alpha^{(3)}$ finite konjunktive, $\beta^{(3)}$ finite disjunktive Formeln.

- 4) $\psi^{(3)}$ ist eine Funktion, die jeder Formel $X^{(3)}$ eine finite Folge von 2-kontexturalen Formeln zuordnet. Die Elemente der Folge heißen *junktional* für $\psi^{(3)}(X^{(3)}) = (X^1, X^2, X^3)$ und *transjunktional* für $\psi^{(3)}(X^{(3)}) = ((X^1 X^2), (X^2 X^3), (X^2 X^1), (X^2 X^3), (X^3 X^1), (X^3 X^2))$
 5) ϕ^i ist eine Funktion, die jeder zusammengesetzten 2-kontexturalen Formel X^i , $i = 1, 2, 3$, eine finite Folge $(X_{r_1}^i, \dots, X_{r_i}^i)$, $1 \leq r \leq 4$ von *Unterformeln* zuordnet.
 6) $\rho^{(3)}$ ist ein Paar von Funktionen, die jeder 3-kontexturalen Formel $X^{(3)}$ aus $E^{(3)}$ ein *Konjugat* $\rho^i X^{(3)}$, $i = 1, 2$ aus $E^{(3)}$ zuordnet und für das folgende Gesetze gelten:

- a) Für $X^{(3)} = (X^1, X^2, X^3)$ ist $\rho^1 X^{(3)} = (\rho^1 X^1, X^3, X^2)$ und $\rho^2 X^{(3)} = (X^3, \rho^2 X^2, X^1)$.

D.h. $\rho X^{(3)}$ erzeugt eine Inversion und Permutation:

$$\rho^1 X^{(3)} = (r_1 X^1, p_2 X^2, p_3 X^3) \quad \text{mit} \quad \begin{array}{l} r_1 X^1 = \bar{X}^1 \\ p_2 X^2 = X^3 \\ p_3 X^3 = X^2 \end{array}$$

Für $X^i = (D^i, C^i)$ ist $\bar{X}^i = (C^i, D^i)$

$$\rho^2 X^3 = (p_1 X^1, r_2 X^2, p_4 X^3) \quad \text{mit} \quad \begin{array}{l} p_1 X^1 = X^3 \\ r_2 X^2 = \bar{X}^2 \\ p_4 X^3 = X^1 \end{array}$$

Gesetze der Permutationen: $p_1 X^1 = p_2 X^2$ und $p_1 p_4 X^3 = p_2 p_3 X^3$

- b) $\rho^i X^{(3)} \neq X^{(3)}$, $i = 1, 2$: Differenz
 c) $\rho^i(\rho^i X^{(3)}) = X^{(3)}$: Involution
 d) $\rho^1(\rho^2(\rho^1 X^{(3)})) = \rho^2(\rho^1(\rho^2 X^{(3)}))$: Zyklizität
 e) $\rho^i(\psi^{(3)} X^{(3)}) = (\rho^i \psi^{(3)}) (\rho^i X^{(3)})$: Distributivität
 f) $\rho^i(\phi^i X^i) = (\rho^i \phi^i) (\rho^i X^i)$: Distributivität
 g) Für alle i gilt: Ist X^i konjunktiv, dann ist $\rho^i X^i$ disjunktiv und

- umgekehrt:
h) Konjugationszyklus:

$$\begin{array}{ccccc}
 (X^1, X^2, X^3) & \xrightarrow{\rho^1} & (\bar{X}^1, X^3, X^2) & \xrightarrow{\rho^2} & (X^2, \bar{X}^3, \bar{X}^1) \\
 \left| \rho^2 \right. & & & & \left. \rho^1 \right. \\
 (X^3, \bar{X}^2, X^1) & \xrightarrow{\rho^1} & (\bar{X}^3, X^1, \bar{X}^2) & \xrightarrow{\rho^2} & (\bar{X}^2, \bar{X}^1, \bar{X}^3)
 \end{array}$$

2. Zur Semantik

Die Formelmengemenge $S^{(3)}$ seine eine Teilmenge von $E^{(3)}$.

- 1) $S^{(3)}$ ist *nach unten geschlossen* $\text{cld}^{(3)}$: Für alle S^i , $i = 1, 2, 3$:

$S^i \in \text{cld}^i$: f.a. $c^i \in S^i$: $c^i \in S^i \text{ impl. } c_1^i \in S^i \text{ und } c_2^i \in S^i$

f.a. $d^i \in S^i$: $d^i \in S^i \text{ impl. } d_1^i \in S^i \text{ oder } d_2^i \in S^i$

Die Formelmengemenge $S^{(3)}$ ist nach unten geschlossen $\text{cld}^{(3)}$ in allen 2-kontexturalen Subsystemen, wenn für alle Subsysteme S^i , $i = 1, 2, 3$ gilt:

Für jedes konjunktive Element c^i von S^i sind alle Komponenten von c^i in S^i und für jedes disjunktive Element d^i von S^i ist wenigstens eine Komponente von d^i in S^i .

- 2) $S^{(3)}$ ist *nach oben geschlossen* $\text{clp}^{(3)}$: Für alles S^i , $i = 1, 2, 3$:

$S^i \in \text{clp}^i$: f.a. $c^i \in S^i$: $c_1^i \in S^i \text{ und } c_2^i \in S^i \text{ impl. } c^i \in S^i$

f.a. $d^i \in S^i$: $d_1^i \in S^i \text{ oder } d_2^i \in S^i \text{ impl. } d^i \in S^i$

Die Formelmengemenge $S^{(3)}$ ist nach oben geschlossen $\text{clp}^{(3)}$ in allen 2-kontexturalen Subsystemen, wenn für alle Subsysteme S^i , $i = 1, 2, 3$ gilt: Ist jede konjunktive Komponente c^i in S^i , dann ist das konjunktive Element c^i in S^i und ist wenigstens eine disjunktive Komponente d^i in S^i , dann ist das disjunktive Element d^i in S^i .

- 3) $S^{(3)}$ ist eine *Wahrheitsmenge* $W^{(3)}$: Für alle S^i , $i = 1, 2, 3$: $S^i \in \text{clp}^i$ und $S^i \in \text{cld}^i$ und f.a. X^i : $X^i \text{ oder } \rho^i X^i \in S^i$

Die Formelmengemenge $S^{(3)}$ ist eine Wahrheitsmenge $W^{(3)}$ in allen 2-kontexturalen Subsystemen, wenn für alle Subsysteme S^i , $i = 1, 2, 3$ gilt: S^i ist nach oben und nach unten geschlossen und für jedes Element X^i gilt, daß eines der beiden, entweder X^i oder das Konjugat $\rho^i X^i$, in S^i liegt.

- 4) $X^{(3)}$ ist *allgemeingültig* $\text{ag}^{(3)}$ im Framework $L^{(3)}$, wenn für alle X^i , $i = 1, 2, 3$ gilt: X^i ist Element aller Wahrheitsmengen W^i . Entsprechend wird die subsystemspezifische Allgemeingültigkeit ag^i definiert.

5) Dualität

- a) Ist $L^{(3)}$ ein Framework $(E^{(3)}, D^{(3)}, C^{(3)}, \Psi^{(3)}, \Phi^{(3)}, \rho^{(3)}, P^{(3)})$, dann ist auch $\rho L^{(3)} = (E^{(3)}, C^{(3)}, D^{(3)}, \Psi^{(3)}, \Phi^{(3)}, \rho^{(3)}, P^{(3)})$ ein Framework.

- b) $S^{(3)}$ ist nach unten geschlossen in S^1 , S^2 und S^3 aus $L^{(3)}$ genau dann, wenn $E^{(3)} - S^i$ nach oben geschlossen ist in S^i und nach unten geschlossen in S^2 und S^3 . Also:

$S^{(3)} \in \text{cld}^{(3)}$ in $L^{(3)}$ gdw $(E^{(3)} - S^1) \in (\text{clp}^1 \text{ cld}^3 \text{ cld}^2)$ in $L^{(3)}$

- c) $S^{(3)} \in \text{cld}^{(3)}$ in $L^{(3)}$ gdw $(E^{(3)} - S^2) \in (\text{cld}^3 \text{ clp}^2 \text{ cld}^1)$ in $L^{(3)}$

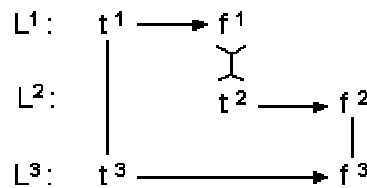
- d) $S^{(3)} \in \text{cld}^{(3)}$ in $L^{(3)}$ gdw $(E^{(3)} - S^2 S^3) \in (\text{cld}^2 \text{ clp}^3 \text{ clp}^1)$ in $L^{(3)}$

$S^{(3)} \in \text{cld}^{(3)}$ in $L^{(3)}$ gdw $(E^{(3)} - S^1 S^3) \in (\text{clp}^3 \text{ cld}^1 \text{ clp}^2)$ in $L^{(3)}$

- $S^{(3)} \in \text{cld}^{(3)}$ in $L^{(3)}$ gdw $(E^{(3)} - S^{(3)}) \in \text{clp}^{(3)}$ in $L^{(3)}$
- e) $S^{(3)}$ ist eine Wahrheitsmenge in $L^{(3)}$ genau dann, wenn $E^{(3)} - S^i$ eine Wahrheitsmenge in $\rho^i L^{(3)}$, $i = 1, 2$ ist. Also:
- $S^{(3)} \in W^{(3)}$ in $L^{(3)}$ gdw $(E^{(3)} - S^i) \in W^{(3)}$ in $\rho^i L^{(3)}$, $i = 1, 2$
 gdw $(E^{(3)} - S^1 S^3) \in W^{(3)}$ in $\rho^2(\rho^1 L^{(3)})$
 gdw $(E^{(3)} - S^2 S^3) \in W^{(3)}$ in $\rho^1(\rho^2 L^{(3)})$
 gdw $(E^{(3)} - S^3) \in W^{(3)}$ in $\rho^1(\rho^2(\rho^1 L^{(3)}))$

3. Die 3-kontexturale Logik $G^{(3, 2)}$ (\wedge, \vee, N_1, N_2)

$E^{(3)}$ sei eine Menge signierter Formeln mit höchstens zwei Variablen. Die Signaturen seien $t^{(3)} = (t^1, t^2, t^3)$ und $f^{(3)} = (f^1, f^2, f^3)$ mit den Vermittlungsbedingungen:



Eine signierte Formelmengens $S^{(3)}$ heißt T-geschlossen, wenn es eine Formel $X^{(3)}$ gibt, so daß sowohl $t^i X^i$ als auch $f^i X^i$ in S^i , $i = 1, 2, 3$ liegt. D.h., die Formel $X^{(3)}$ ist ein Element der Wahrheitsmenge $W_T^{(3)} : X^{(3)} \in W_T^{(3)}$ gdw $X^1 \in W^1$ und $X^2 \notin W^2$ und $X^3 \in W^3$

Ein endliches ternäres Rhizom $R^{(3)}$ mit endlichen binären Bäumen B^i , deren Knoten endliche signierte Formeln sind, heißt ein 3-kontexturales Tableau für eine signierte Formel $H^{(3)}$, wenn

- 1) $H^{(3)}$ das Netz von $R^{(3)}$ ist,
- 2) H^i , $i = 1, 2, 3$ die Wurzel von B^i ist,
- 3) die Endknoten von B^i entweder T-geschlossen sind oder nur aus signierten Variablen bestehen,
- 4) der Übergang von einem Knoten zu den nächsten sich nach den folgenden Regeln vollzieht:

α^i	α_1^i	α_2^i	β^i	β_1^i	β_2^i
$t^i X \wedge Y$	$t^i X$	$t^i Y$	$f^i X \wedge Y$	$f^i X$	$f^i Y$
$f^i X \vee Y$	$f^i X$	$f^i Y$	$t^i X \vee Y$	$t^i X$	$t^i Y$
$f^i X \supset Y$	$t^i X$	$f^i Y$	$t^i X \supset Y$	$f^i X$	$t^i Y$
$t^1 X N_1 X$	$f^1 X$		$f^1 X N_1 X$	$t^1 X$	
$t^2 X N_1 X$	$t^3 X$		$f^2 X N_1 X$	$f^3 X$	
$t^3 X N_1 X$	$f^2 X$		$f^3 X N_1 X$	$f^2 X$	
$t^1 X N_2 X$	$t^3 X$		$f^1 X N_2 X$	$f^3 X$	
$t^2 X N_2 X$	$f^2 X$		$f^2 X N_2 X$	$t^2 X$	
$t^3 X N_2 X$	$t^1 X$		$f^3 X N_2 X$	$f^1 X$	

Die Menge $S^{(3)}$ ist T-inkonsistent, wenn es ein T-geschlossenes Tableau für $S^{(3)}$ gibt. Eine Formel $H^{(3)}$ ist T-beweisbar für jedes 2-kontexturale Subsystem, wenn die Mengen $\{\rho^1 X^1\}$ und $\{\rho^2 N_1 X^2\}$ und $\{\rho^3 X^3\}$ simultan T-inkonsistent sind. Die Menge $S^{(3)}$ ist T-inkonsistent bezüglich eines Subsystems, wenn es ein T-geschlossenes Tableau für das betreffende S^i gibt.

Beispiele für Tableaubeweise :

$$H_1^{(3)} = N_1(N_2(N_1p)) \supset \supset \supset N_2(N_1(N_2p)) \quad (\text{Formel des Negationszyklus})$$

$f^1 H_1^1 :$	$f^2 H_1^2 :$	$f^3 H_1^3 :$
$t^1 N_1(N_2(N_1p))$	$t^2 N_1(N_2(N_1p))$	$t^3 N_1(N_2(N_1p))$
$f^1 N_2(N_1(N_2p))$	$f^2 N_2(N_1(N_2p))$	$f^3 N_2(N_1(N_2p))$
$f^1 N_2(N_1p)$	$t^3 N_2(N_1p)$	$t^2 N_2(N_1p)$
$f^3 N_1p$	$t^1 N_1p$	$f^2 N_1p$
$f^2 p$	$f^1 p$	$f^3 p$
$f^2 N_1(N_2p)$	$t^2 N_1(N_2p)$	$f^1 N_1(N_2p)$
$f^2 N_2p$	$t^3 N_2p$	$t^1 N_2p$
$t^2 p$	$t^1 p$	$t^3 p$
x	x	x

Das Tabelau für $H_1^{(3)}$ schließt simultan in allen Subsystemen; $H_1^{(3)}$ ist allgemeingültig.

Die Formel $H_2^{(3)}$ ist allgemeingültig nach der Methode der Wahrheitstafeln für klassische mehrwertige Logiken, jedoch nicht in $G^{(3,2)}$:

$$H_2^{(3)} = N_5(p \wedge \wedge \wedge N_3p \wedge \wedge \wedge N_4p) \text{ mit } N_3 := N_2(N_1) \text{ und } N_4 := N_1(N_2)$$

$f^1 N_5(\dots)$	$f^2 N_1(N_5(\dots))$
$f^1 p \wedge N_3p \wedge N_4p$	$f^3 N_5(\dots)$
$t^2 p \wedge N_3p$	$t^3 p \wedge N_3p \wedge N_4p$
$t^2 N_4p$	$t^3 p$
$t^2 p$	$t^3 N_3p$
$t^1 p$	$t^3 N_4p$
$f^3 p$	$f^1 p$
	$f^3 p$
\emptyset	\emptyset

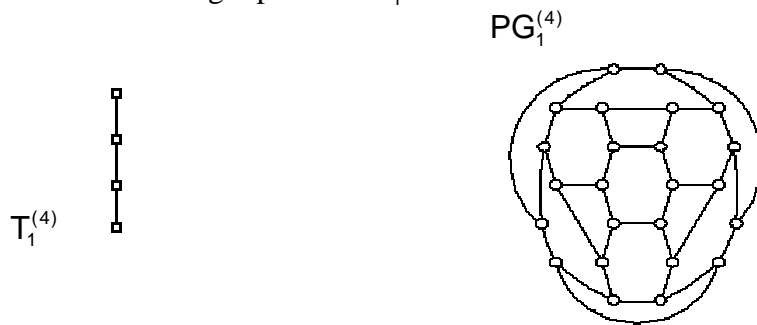
APPENDIX II : Zur Kombinatorik der Permutogramme

Im Folgenden werden kombinatorische Anzahlbestimmungen zu den Konjugationszyklensystemen des Frameworks $L^{(4)}$ gegeben. Dem Liniensystem $PG_1^{(4)}$ entspricht das Konjugationssystem von $L^{(4)}$, dem Sternsystem $PG_2^{(4)}$ ein Framework, das die Kommutativitätsbedingungen der kategorientheoretischen Modellierung sprengt und im Text nicht skizziert wurde.

Diese kombinatorischen Untersuchungen sind dem unveröffentlichten Manuskript "Zur Theorie der Negationsysteme" G. Thomas (FU Berlin) entnommen.

1. Permutogramm $PG_1^{(4)}$ (Liniensystem)

1.1 $T_1^{(4)}$ erzeugt den Permutographen $PG_1^{(4)}$



1.2 Zuordnungstabelle für $n = 4$

① = 1234	⑦ = 2134	⑬ = 3124	⑲ = 4123
② = 1243	⑧ = 2143	⑭ = 3142	⑳ = 4132
③ = 1324	⑨ = 2314	⑮ = 3214	㉑ = 4212
④ = 1342	⑩ = 2341	⑯ = 3241	㉒ = 4231
⑤ = 1423	⑪ = 2413	⑰ = 3412	㉓ = 4312
⑥ = 1432	⑫ = 2431	⑱ = 3421	㉔ = 4321

1.3 Permutationstabelle für $PG_1^{(4)}$ und $PG_2^{(4)}$

Perm	N ₁	N ₂	N ₃	N ₄	Perm	N ₁	N ₂	N ₃	N ₄
PG	PG _{1,2}		PG ₁	PG ₂	PG	PG _{1,2}		PG ₁	PG ₂
m	PG _{1,2}		PG ₁	PG ₂	m	PG _{1,2}		PG ₁	PG ₂
1	7	3	2	6	13	15	7	19	14
2	8	4	1	5	14	16	8	20	13
3	9	1	5	4	15	13	9	21	17
4	10	2	6	3	16	14	10	22	18
5	11	6	3	2	17	18	11	23	15
6	12	5	4	1	18	17	12	24	16
7	1	13	8	20	19	21	20	13	8
8	2	14	7	19	20	22	19	14	7
9	3	15	11	23	21	19	23	15	11
10	4	16	12	24	22	20	24	16	12
11	5	17	9	21	23	24	21	17	9
12	6	18	10	22	24	23	22	18	10

1.4 Ermittlung aller Kreise in $PG_1^{(4)}$

Knoten Anzahl	Kreislänge											Summe
	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	
6	0*	1	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1
8	1	0	1	-	-	-	-	-	-	-	-	2
11	1	0	1	1	-	-	-	-	-	-	-	3
12	1	0	1	2	1	-	-	-	-	-	-	5
15	0	1	2	5	4	0	-	-	-	-	-	12
16	0	1	2	5	9	6	1	-	-	-	-	24
18	0	1	2	5	15	15	5	4	-	-	-	47
20	0	1	1	4	15	19	25	11	2	-	-	78
21	1	0	2	5	17	31	35	25	10	-	-	126
22	1	0	2	6	28	44	58	55	29	4	-	227
23	0	1	2	9	48	75	112	135	111	24	-	512
24	1	2	8	30	132	266	472	690	760	308	44°	2713
Anzahl der Kreise insgesamt												
	6	8	24	72	264	456	708	920	912	336	5	3750
Anzahl der zyklischen Normen												
	1	2	2	5	21	23	38	46	48	18	5	209
Anzahl der Negationsnormen NN												
	1	2	2	1	1	1	4	8	10	10	5	46
Anzahl der Permutationen PN												
	1	1	1	1	1	1	3	5	6	6	4	30

° = Anzahl der Hamiltonkreise * Anzahl der Kreise durch einen Knoten

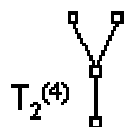
ZN = Repräsentant der Menge aller zyklischen Vertauschungen.

NN = Repräsentant der Menge aller Permutationen gemäß der Gleichungen der Konjugationen (z. B. $N_1N_2N_1 = N_2N_1N_2$)

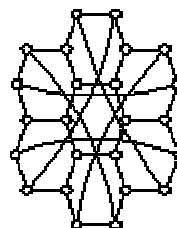
PN = Repräsentant der Menge aller Permutationen von Kantenwerten eines Kreises.

2. Permutogramm $PG_2^{(4)}$ (Sternsystem)

2.1 $T_2^{(4)}$ erzeugt den Permutographen $PG_2^{(4)}$:



$PG_2^{(4)}$



2.2 Zuordnungstabellen für $PG_2^{(4)}$ siehe Appendix II_1.2 und _1.3.

2.3 Ermittlung aller Kreise in $PG_2^{(4)}$

Kreislänge	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	Summe
Anzahl der Kreise durch einen Knoten	3	18	45	123	357	708	972	1155	594	18	3993
Anzahl der Kreise insgesamt	12	54	108	246	612	1062	1296	1386	648	18	5442
Anzahl der zyklischen Normen NN	3	6	6	17	33	51	71	69	33	3	292
Anzahl der Negationsnormen NN	3	1	6	5	13	25	29	40	33	3	158
Anzahl der Permutationenormen PN	1	1	2	3	5	7	10	10	9	1	49

Literaturhinweise

Arruda, A. I.,

"A Survey of Paraconsistent Logic", in: A. I. Arruda, R. Chauqui, N. C. A. da Costa (eds.), "Mathematical Logic in Latin America", Amsterdam - London: 1980.

Derrida, J.,

"De la Grammatologie". Les Editions de Minuit, Collection "Critique", Paris 1967.

Ditterich, J., Kachr, R.,

Einübung in eine andere Lektüre. Diagramm einer Rekonstruktion der Güntherschen Theorie der Negativsprachen", in: Philosophisches Jahrbuch 86. Jg. 1979, 2. Halbband, Freiburg/München 1979. S. 385-408.

Günther, G.,

"Beiträge zur Grundlegung einer operationsfähigen Dialektik". 3 Bände, Hamburg 1976,1979,1980.

"Identität, Gegenidentität und Negativsprache". Vortrag, Intern. Hegel-Kongr., Belgrad 1979, Hegel-Jahrbuch 1981.

Hatcher, W. S.,

"Foundations of Mathematics". Philadelphia-London-Toronto 1968.

Kaehr, R.,

"Materialien zur Formalisierung der dialektischen Logik und der Morphogrammatik 1973-1975", in: G. Günther"Jdee und Grundriß einer nicht-Aristotelischen Logik", Hamburg 1978.

"Neue Tendenzen in der KI-Foschung. Metakritische Untersuchungen über den Stellenwert der Logik in der neueren Künstliche-Intelligenz-Forschung",
Arbeits- und Diskussionspapier zum Forschungsprojekt: Neue Telekommunikationsformen für Verbraucherinformationsdienste,
Stiftung Warentest und BMFT, Berlin 1980.

Kaehr, R., Seehusen J., Thomas, G.,
"Deskriptive Morphogrammatik",
FEoLL-GmbH, Paderbom 1974.

Kindt, W.,
"Eine abstrakte Theorie von Dialogspielen",
Diss. Freiburg 1972.

Lorenzen, P., Lorenz, K.,
"Dialogische Logik",
Darmstadt 1978.

Smullyan, R. M.,
"Abstract Quantification Theory",
Intuitionism and Proof Theory, Studies in Logic and the Foundations of Mathematics
(S.L.F.M.),
Amsterdam - London 1970.

First - Order Logic",
Heidelberg - New York 1968.

Spencer-Brown, G.,
"The Laws of Form",
London 1969.

Varela, F.,
"Caluclus for Self-Reference",
Int. J. General Systems, 1975 Vol. 2.

www.vordenker.de : Copyright ©1999, Dr. Rudolf Kaehr 1981

This material may be freely copied and reused, provided the author and sources are cited.